Florian Wickelmaier
Forschungsmethoden und Mathematische Psychologie
Fachbereich Psychologie
Universität Tübingen

Statistik II – SS 2026
Probeklausur

Aufgabe 1. (2 Punkte) Warum steht im Nenner der Stichprobenvarianz $n-1$ und nicht n?

Aufgabe 2. (4 Punkte) In einer Population sei die Standardabweichung einer Merkmalsausprägung $\sigma = 50$. Aus dieser Population werden zufällig Stichproben im Umfang von $n = 100$ entnommen und für jede Stichprobe der Mittelwert berechnet.

a) (2 Pkt.) Wie groß ist dann die Standardabweichung der Stichprobenmittelwerte?

b) (2 Pkt.) Welchen Stichprobenumfang müsste man wählen, um einen Standardfehler von 2 zu erhalten?

Aufgabe 3. (6 Punkte) Die Güte von Schätzfunktionen wird durch verschiedene Eigenschaften charakterisiert.

a) (2 Pkt.) Was versteht man allgemein unter Konsistenz?

b) (2 Pkt.) Warum wird Konsistenz als asymptotische Eigenschaft bezeichnet?

c) (2 Pkt.) Was bedeutet Konsistenz im quadratischen Mittel? Erläutern Sie hierzu auch den Begriff der mittleren quadratischen Abweichung.

Aufgabe 4. (4 Punkte) Ein Merkmal sei in einer Grundgesamtheit normal verteilt. Aus dieser werde eine Zufallsstichprobe vom Umfang $n = 50$ entnommen. Der Stichprobenmittelwert sei 60 und die Stichprobenvarianz gleich 12. Berechnen Sie ein zweiseitiges 0.95-Konfidenzintervall für den Erwartungswert in der Grundgesamtheit.

Aufgabe 5. (10 Punkte) Charakterisieren Sie den statistischen Hypothesentest nach Neyman-Pearson. Erläutern Sie dazu

a) (2 Ptk.) die relevanten Hypothesen und ihre logische Beziehung zueinander

b) (2 Pkt.) das Vierfelder-Schema der statistischen Entscheidung

c) (2 Pkt.) was man unter einem Fehler 1. Art bzw. einem Fehler 2. Art versteht

d) (2 Pkt.) welche konkreten Wahrscheinlichkeiten durch α bzw. β bezeichnet werden

e) (2 Pkt.) die frequentistische Interpretation der Wahrscheinlichkeiten α und β

Aufgabe 6. (10 Punkte) Gegeben sei eine Stichprobe mit 10 Studierenden. Bei diesen wurde am Montag und am Freitag die Reaktionszeit ermittelt, um zu überprüfen, ob die Leistungsfähigkeit über die Woche hin abnimmt. Kürzere Reaktionszeiten sprechen für eine höhere Leistungsfähigkeit. In folgender Tabelle sind für jede Person die am Montag und am Freitag resultierenden Reaktionszeiten in Millisekunden angegeben.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Montag	306	333	242	277	287	239	234	347	301	268
Freitag	419	403	375	337	415	257	212	371	396	247

a) (2 Pkt.) Formulieren Sie das spezifische Hypothesenpaar für die Anwendung eines t-Tests auf die Daten.

b) (4 Pkt.) Überprüfen Sie diese Hypothesen mit einem geeigneten t-Test für die Irrtumswahrscheinlichkeit $\alpha = 0.05$.

c) (4 Pkt.) Überprüfen Sie die Vermutung, dass die Leistungsfähigkeit über die Woche hin abnimmt, mit einem geeigneten nonparametrischen Test ($\alpha = 0.05$). Sie können für Ihre Entscheidung die Quantile $w_{0.025}(10) = 9$, $w_{0.05}(10) = 11$, $w_{0.95}(10) = 44$, $w_{0.975}(10) = 46$ nutzen.

Aufgabe 7. (8 Punkte) Ein neues Antibiotikum wurde an einer Stichprobe von 180 Kindern angewandt, die alle an einer eitrigen Mittelohrentzündung litten. Der Therapieerfolg wurde anhand der drei Kategorien "sehr gut", "gut" und "befriedigend" bewertet. Gleichzeitig wurde untersucht, welcher von drei Erregern der Entzündung zugrunde lag. Die folgende Tabelle fasst die Ergebnisse zusammen:

	Behandlungserfolg		
Erreger	sehr gut	gut	befriedigend
Staphylokokken	20	30	25
Streptokokken	30	20	20
Bacillus Pyocyaneus	15	5	15

Für eine Irrtumswahrscheinlichkeit von $\alpha = 0.05$ soll die Nullhypothese überprüft werden, dass der Behandlungserfolg unabhängig von der Art des Erregers ist.

a) (3 Ptk.) Berechnen Sie die erwarteten Zellhäufigkeiten unter der Nullhypothese.

b) (3 Pkt.) Ermitteln Sie die Prüfgröße, um diese Nullhypothese überprüfen zu können.

c) (2 Pkt.) Welche Testentscheidung ist zu treffen?

Aufgabe 8. (16 Punkte) Das Bildungsministerium von BW erprobt drei Leselernmethoden L1, L2 und L3 für Erstklässler. Hierzu werden zufällig drei Grundschulen S1, S2 und S3 ausgewählt, die jede der drei Methoden in verschiedenen Parallelklassen anwendet. Es ergaben sich folgende Gesamtpunktwerte (die für gegebenenfalls unterschiedliche Klassengrößen adjustiert sein sollen).

	Methode		
Schule	L1	L2	L3
S1	56	41	23
S2	62	53	29
S3	62	71	53

a) (2 Pkt.) Charakterisieren Sie die für diesen Fall anzuwendende Varianzanalyse anhand der zugrundeliegenden Faktoren. Hinweis: Behandeln Sie Schule als zufälligen Faktor.

b) (4 Pkt.) Formulieren Sie ein geeignetes lineares Modell. Erläutern Sie sämtliche darin vorkommenden Symbole (unter besonderer Berücksichtigung der Frage, ob diese Zufallsvariablen bezeichnen oder nicht).

c) (4 Pkt.) Schätzen Sie aufgrund der Daten die Parameter dieses linearen Modells.

d) (2 Pkt.) Welche Nullhypothesen können im Rahmen dieses Ansatzes statistisch überprüft werden?

e) (4 Pkt.) Entscheiden Sie, ob sich die drei Methoden signifikant in ihrer Wirkung unterscheiden ($\alpha = 0.05$).