Florian Wickelmaier
Forschungsmethoden und Mathematische Psychologie
Fachbereich Psychologie
Universität Tübingen

Übungsaufgaben
Simulation based procedures

Erzeugen Sie ein lauffähiges und kommentiertes R-Skript, in dem Sie die folgenden Aufgaben bearbeiten.

a) Betrachten Sie das Beispiel auf den Folien zur simulierten Teststärke des t-Tests.

   (a) Schätzen Sie die Wahrscheinlichkeit eines Fehlers erster Art (α) durch Simulation: Setzen Sie dazu die Effektgröße auf Null und zeigen Sie, dass die simulierte Teststärke tatsächlich 5% beträgt.
   Hängt dieses simulierte α von der Variabilität (σ) bzw. der Stichprobengröße (n) ab?

   (b) Welcher Stichprobenumfang ist für die im Beispiel gegebenen Werte nötig, damit der Test eine simulierte Teststärke von (über) 95% hat?

   Führen Sie eine Poweranalyse im Rahmen eines Regressionsmodells durch (siehe Beispielsammlung).

   (c) Bestimmen Sie die simulierte Teststärke, die vorliegt, um eine Steigung von 2 in folgendem Regressionsmodell zu entdecken:

$$y_i = 5 + 2 \cdot x_i + \varepsilon_i; \quad \varepsilon_i \sim N(0, 12^2) \text{ i.i.d.}; \quad i = 1, \ldots, 15; \quad x = (1, \ldots, 15)$$

b) Untersuchen Sie die Überlebenszeiten aus den Mäusedaten (Efron & Tibshirani, 1993, siehe Folien). Berechnen Sie ein 95%-Bootstrap-Konfidenzintervall für die Differenz der mittleren Überlebenszeiten $\mu_{trt} - \mu_{ctl}$ von Behandlungs- und Kontrollgruppe. Stellen Sie die Bootstrap-Verteilung graphisch dar und zeichnen Sie die Differenz und das Konfidenzintervall ein. Wird die Überlebenszeit der Mäuse durch die Behandlung verlängert?

c) Betrachten Sie folgende Daten zu Intelligenz (Variable X) und Gedächtnisleistung (Variable Y) bei $n = 12$ Probanden.

X	124	79	118	102	85	89	109	128	114	95	103	99
Y	100	94	105	112	88	92	91	83	99	84	99	97

   Berechnen Sie ein 95%-Bootstrap-Konfidenzintervall für die Korrelation ϱ_{XY}. Stellen Sie die Bootstrap-Verteilung graphisch dar und zeichnen Sie $\hat{\varrho}_{XY}$ und das Konfidenzintervall ein. Besteht ein (linearer) Zusammenhang zwischen den Variablen?

d) Betrachten Sie den Datensatz `cars` in R. Passen Sie ein Regressionsmodell mit linearem Term für den Effekt der Geschwindigkeit an (M_0) sowie ein Modell, das zusätzlich einen quadratischen Term für die Geschwindigkeit enthält (M_1). Testen Sie den quadratischen Effekt mit einem parametrischen Bootstrap-Verfahren. Stellen Sie die Bootstrap-Stichprobenverteilung des Likelihoodquotienten graphisch dar. Zeichnen Sie die Teststatistik ein. Geben Sie den Bootstrap-p-Wert an und interpretieren Sie das Ergebnis.

Literatur

Efron, B. & Tibshirani, R. (1993). *An introduction to the bootstrap*. Boca Raton, FL: Chapman & Hall/CRC.